

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑΛ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. § 1.3

A2. α. § 2.1

A2. β. § 2.1

A3. α. Λ

β. Σ

γ. Λ

δ. Λ

ε. Σ

ΘΕΜΑ Β

$$S^2 = 4 \Leftrightarrow S = \sqrt{4} = 2$$

B1. $CV = \frac{S}{|\bar{x}|} \Leftrightarrow |\bar{x}| = \frac{S}{CV} \Leftrightarrow |\bar{x}| = \frac{2}{0.2} \Leftrightarrow |\bar{x}| = 10 \Leftrightarrow \bar{x} = 10$ γιατί $\chi_i > 0$

B2. $\frac{11+7+k+13+11+10}{6} = 10 \Leftrightarrow 52 + k = 60 \Leftrightarrow k = 8$

B3. 7, 8, 10, 11, 11, 13

$$\delta = \frac{t_3 + t_4}{2} \Leftrightarrow \delta = \frac{10 + 11}{2} \Leftrightarrow \delta = 10,5$$

$$R = \max t_i - \min t_i = 13 - 7 = 5$$

B4. $y_i = t_i - 2$ άρα $\bar{y} = \bar{x} - 2 = 10 - 2 = 8$

$$S_y = S = 2$$

Άρα $CV = \frac{S}{|\bar{y}|} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 25\% > 10\%$ άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ισχύει ότι:

$$f'(x) = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+10}} \Rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+10}}$$

Γ2. Ισχύει ότι:

$$f'(x) \geq 0 \Rightarrow$$

$$x-1 \geq 0 \Rightarrow$$

$$x \geq 1$$

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα για $x \geq 1$ και γνησίως φθίνουσα για $x \leq 1$.

Στο $x_0=1$ παρουσιάζει ελάχιστο με:

$$f(1) = \sqrt{9} = 3$$

$$f(x) \geq f(1) \Rightarrow f(x) \geq 3 \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

Γ3. Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $M(5, f(5))$ είναι της μορφής:

$$y - f(5) = f'(5)(x - 5) \Rightarrow$$

$$y = \frac{4}{5}x + 1$$

Γ4. Για να τέμνει τον xx' :

$$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{4} \text{ Άρα } A\left(-\frac{5}{4}, 0\right)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 1 \text{ Άρα } B(0, 1)$$

Θέμα Δ

Δ1. Για $\lambda = 3$ έχουμε $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$

$$f'(x) = 3 \cdot (x^2 - 2x + 1) = 3 \cdot (x-1)^2 \geq 0$$

Επομένως η f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} .

$$\frac{3}{8} < \frac{5}{6} \stackrel{f \text{ γν. αυξ.}}{\Leftrightarrow} f\left(\frac{3}{8}\right) < f\left(\frac{5}{6}\right)$$

$$\Delta 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 \cdot (x-1)^2}{(\sqrt{x}-1) \cdot x \cdot (x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 \cdot (x-1) \cdot (\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1) \cdot (\sqrt{x}+1) \cdot x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 \cdot (\sqrt{x}+1)}{x} = 6$$

Δ3. Ο συντελεστής διεύθυνσης της f στο $(x, f(x))$ είναι $f'(x) = 3 \cdot (x-1)^2$.

Έχουμε ότι $f''(x) = 6(x-1)$

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow 6(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f''(x)$		-	0	+	
$f'(x)$					

$$f(1) = 1 - 3 + 3 = 1$$

Επομένως το σημείο στο οποίο η εφαπτομένη της f παρουσιάζει ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης είναι το $A(1,1)$.

Δ4. Έχουμε $f(x) = x^3 - 3x^2 + \lambda x$ με $f'(x) = 3x^2 - 6x + \lambda$. Για να μην παρουσιάζει ακρότατα πρέπει $\Delta \leq 0 \Leftrightarrow 36 - 4 \cdot 3 \cdot \lambda \leq 0 \Leftrightarrow 36 \leq 12 \cdot \lambda \Leftrightarrow \lambda \geq 3$. Η μικρότερη τιμή του λ είναι $\lambda = 3$.

ΧΙΩΤΗΣ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ